

Веројатносна универзална алгебра

Раководител на проект:	Проф. д-р Лидија Горачинова-Илиева
Нарачател на проект:	Министерство за образование и наука на Република Македонија
Изведувач на проект:	Факултет за информатика, Универзитет за туризам и менаџмент во Скопје и Факултет за математика и геоинформации, Технички универзитет во Виена

Оправданост на истражувањето:

Универзална алгебра е востановено поле од математиката и алгебарските структури имаат бројни примени во самата математика, во техниката и во компјутерските науки. Алгебарските структури се насекаде. Во теориската компјутерска наука тие се појавуваат, на пример, во процесните алгебри, во семантиката на програмските јазици и функционалното програмирање, во формалните јазици и теоријата на автомати. Во математиката ги среќаваме како групи, прстени, мрежи, итн.

Алгебра се состои од носечко множество и множество од негови операции. Операциите се детерминистички, претставувајќи пресликувања од одреден број аргументи во носителот. Постои понова тенденција во компјутерските науки за проучување порелаксирани модели за пресметувања и имплементации. Нивните резултати може да бидат недетерминистички, веројатносни, или тежински. Може да се каже дека ваквите модели пресметуваат со „ефекти“. Ефектите имаат уредено категориско објаснување преку поимот монад.

Следејќи го овој тренд и прединицијалното истражување за веројатносни групоиди на два члена од тимот, предлагаме проучување на веројатносна универзална алгебра. Веројатносна алгебра е пар од носител A и множество од веројатносни операции од тип $f_A : A^n \rightarrow D_A$, при што D_A го означува множеството од сите дискретни распределби на веројатности на A . На тој начин, операциите на веројатносна алгебра не се детерминистички, т.е. не резултираат со еднозначни вредности од множеството носител, туку може да имаат различни вредности со одредена веројатност. Затоа, операциите може да ги сметаме нејасни, нестроги, разлабавени, но во суштина веројатносни. Илустрација на концептот е случај на двоелементно множество со елементи 0 и 1, при што, на пример, веројатносно множење на 0 со 0 дава 0 со веројатност 0.7 и 1 со веројатност 0.3.

Цели на проектот:

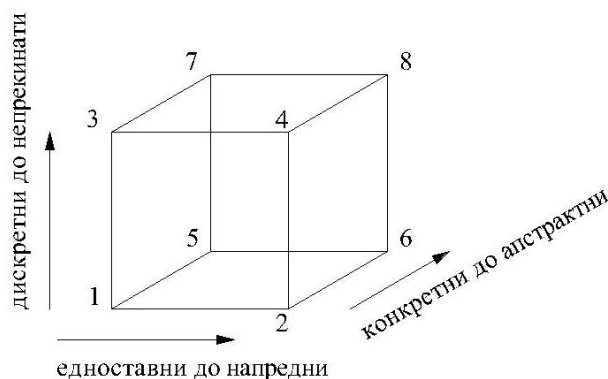
Во овој проект главно целите да се фокусираме на универзалните алгебарски аспекти и на нивните примени, имајќи ја предвид можноста за понатамошно проширување и на категориските аспекти на веројатносните алгебри.

Постојат повеќе насоки од веројатносната универзална алгебра што може да бидат истражувани, овој проект го овозможува првиот чекор. Нашиот истражувачки простор може да го опишеме преку коцка. Оските (насоките) на коцката го претставуваат:

-Движењето од едноставни кон понапредни алгебарски структури, т.е. од групоиди до универзални алгебри;

-Движењето од дискретни кон непрекинати веројатносни распределби

-Движењето од конкретни (универзално-алгебарски) третирања кон апстрактни (категориски).



Осумте темиња на коцката претставуваат посебни цели:

- (1) дискретни веројатносни групоиди конкретно;
- (2) дискретна веројатносна универзална алгебра конкретно;
- (3) непрекинати веројатносни групоиди конкретно;
- (4) непрекината веројатносна универзална алгебра конкретно;
- (5) дискретни веројатносни групоиди категориски;
- (6) дискретна веројатносна универзална алгебра категориски;
- (7) непрекинати веројатносни групоиди категориски;
- (8) непрекината веројатносна универзална алгебра категориски.

Во рамки на овој проект, главен предмет на истражување ќе бидат (1) – (4), но исто така ќе бидат користени знаењата од категории за споредба со постоечките резултати. По можност ќе се направи обопштување на конкретните резултати што ќе се добијат во (1) – (4).

Една можна многу апстрактна екстензија е движењето од веројатносни распределби дадени со монад D до произволен монад T на **Sets**, на тој начин правејќи генерализација од веројатносна универзална алгебра до универзална алгебра со ефекти од

различен вид. Ваква работа е долгорочна цел што временски далеку го надминува времетраењето на овој проект ограничен на две години.

Специфични краткорочни подцели на (1) – (4) се воспоставување и проучување на класичните универзално-алгебарски поими за

- (a) хомоморфизми и конгруенции на веројатносни алгебри;
- (b) идентитети, т.е. алгебарски закони и многуобразија;
- (c) слободни објекти на веројатносни алгебри;
- (d) пандани на теоремите на Birkhoff (HSP);
- (e) конкретни примери

во рамки на предложениот веројатносен концепт.

Дополнително, ќе бидат испитувани врските на нашиот пристап со постоечките поврзани пристапи, посебно со резултатите за:

- фракционална универзална алгебра;
- алгебри со ефекти;
- квантитивни алгебри;
- недетерминистички алгебри.

Период на реализација: 1.7.2018. – 30.6.2020.

Проектен тим:

Главен истражувач од Република Македонија:

- Проф. д-р **Лидија Горачинова-Илиева** (редовен професор на УТМС, Факултет за информатика)

Главен истражувач од Австрија:

- ао.Univ.Prof. Dr. **Harald Woracek** (Associate Professor, Vienna University of Technology, Faculty of Mathematics and Geoinformation)

Истражувачи:

- Проф. д-р **Смиле Марковски** (редовен професор во пензија на УКИМ, ФИНКИ)
- Assoz.Prof. Dr. **Ana Sokolova** (Associate Professor, University of Salzburg, Department of Computer Sciences)
- Проф. д-р **Верица Бакева** (редовен професор на УКИМ, ФИНКИ)
- Доц. д-р Емилија Спасова Камчева (визитинг наставник на УТМС, Факултет за информатика)
- Dipl.-Ing. **Raphael Pruckner** (PostDoc, Vienna University of Technology, Faculty of Mathematics and Geoinformation)

Помлади истражувачи:

- Dipl.-Ing. **Sebastian Arming** (PhD Student, University of Salzburg, Department of Computer Sciences)
- М-р Виолета Ангелкоска (Докторант, УКИМ, Природно-математички факултет)
- Дипл. инж. Драгица Николова (Магистрант, ФОН Универзитет, Факултет за информатика)